资产组合中几个评价指标的解释

王卯宁 2015年5月20日

均值—方差模型

目标函数： $\min \sigma_p^2 = \sum \sum w_i w_j \mathrm{cov}(r_i, r_j)$

$$r_p = \sum w_i r_i$$

限制条件： $1 = \sum w_i$ （允许卖空）

或 $1 = \sum w_i$ $w_i \geq 0$ （不允许卖空）

1. 建立在**Markowits(1952)**资产组合理论基础上

2. 以资产组合均值—方差规则分析为依据

均值—方差模型

- 如何衡量单只股票的收益、风险？

- 收益的期望

- 风险~波动性~方差

如果同时持有多个股票（投资组合）呢？

- 随机变量的线性组合 $r_p = \sum_{i=1}^{n} w_i r_i$

- 数学期望的线性性质 $\mu_p = \sum_{i=1}^{n} w_i \mu_i$

- 随机变量 r_p 的方差 $\sigma_p = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$ $\sigma_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^{n} (r_i(t) - \mu_i)(r_j(t) - \mu_j)}{n}$

$$
\begin{aligned}
\operatorname{Var}\left(\sum_{i=1}^{N} a_i X_i\right) &= \sum_{i,j=1}^{N} a_i a_j \operatorname{Cov}(X_i, X_j) \\
&= \sum_{i=1}^{N} a_i^2 \operatorname{Var}(X_i) + \sum_{i \neq j} a_i a_j \operatorname{Cov}(X_i, X_j) \\
&= \sum_{i=1}^{N} a_i^2 \operatorname{Var}(X_i) + 2 \sum_{1 \le i < j \le N} a_i a_j \operatorname{Cov}(X_i, X_j).
\end{aligned}
$$

$$
\operatorname{cov}(X, Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - E(X))(y_i - E(Y)).
$$

- 可以划分成非系统风险（个别风险）+系统风险（市场风险、由投资组合中各项资产间的相关性所带来的风险）
- 为什么划分成这两项？

-等比例投资的例子

-系统风险可以被分散、消除 $\sum \frac{\sigma_i^2}{m^2}$

-非系统风险≈协方差的平均值

投资组合的风险与收益

1.效用函数： $U = \mu_p - 0.005A\sigma^2$

- A：投资者对风险的厌恶指数

2.资产定价模型：统一风险和收益的衡量指标

夏普比率——Sharp Ratio

(1)定义：$SR = \frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M}$ （市场的收益-无风险投资的收益）/市场的波动

(2)公式含义：表示单位（总）风险的超额收益或单位风险溢价。

承担每单位风险应该得到的收益回报

(3)评估方法：首先计算样本期内各组合夏普指数，然后进行比较，较大的夏普率表示较好的绩效。

(4)主要特点：

①来源于马克维茨的资产组合理论，以资本市场线为评估标准；

投资组合的预期回报=无风险资产回报+风险的市场价格x组合p的风险

预期收益=时间价值+风险价格x风险量

②以组合标准差作为风险测度，同时考虑了系统风险和非系统风险；

特雷诺指数——Treynor Index

(1)计算公式：

$$T_p = \frac{r_p - r_f}{\beta_p}$$

投资组合p的β系数：
投资组合收益率与市场收益率的协方差/市场收益率的方差
表示投资组合受市场的影响程度

(2)公式含义：表示单位系统风险的超额收益。

(3)评估方法：首先计算样本期内各组合（基金）特雷诺指数，然后进行比较，较大的特雷诺指数表示较好的绩效。

(4)主要特点：

①以组合值作为风险测度，只考虑了系统风险；来源：证券市场线（某个或某种组合）证券的超额收益=市场的超额收入 x β系数

②隐含假设为组合风险完全分散化，即完全消除了非系统性风险；

Kelly准则

f = （b*p-q）/b

其中，f 是应该用自己多大比例的资金去下注/投资，b是池底比/投资回报比，p是赢钱概率，q是输钱概率，也就是q=1-p;

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\log S &= \sum p^{(k_1,k_2,\ldots,k_m)}\log\left(\mathbf{b}\cdot\hat{\mathbf{x}}_{t+1}^{(k_1,k_2,\ldots,k_m)}\right)\\ &= \sum\left[p^{(k_1,k_2,\ldots,k_m)}\log\left(b_1 r_{1,k_1}+\cdots+b_m r_{m,k_m}\right)\right].\end{aligned}$$